



## Умножение матриц

### Ответы

1.

$$1.1. \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 18 & -8 \end{bmatrix};$$

$$1.3. \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$1.5. \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$1.7. [7] = 7;$$

$$1.9. \begin{bmatrix} 23 & 22 & 28 \\ -1 & -10 & -12 \\ -4 & -11 & -8 \end{bmatrix};$$

$$1.2. \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix};$$

$$1.4. \begin{bmatrix} 2 & 41 \\ 11 & 30 \\ -3 & 19 \end{bmatrix};$$

$$1.6. [5 \quad -19 \quad 5];$$

$$1.8. \begin{bmatrix} 7 & -7 & 1 \\ -1 & 5 & 2 \\ 0 & 14 & 11 \end{bmatrix};$$

$$1.10. \begin{bmatrix} -3a^2 & a & 3a^2 \\ -a & 3 & a \\ 3a^2 & a & -3a^2 \end{bmatrix}.$$

2.

$$2.1. \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$2.2. \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$2.3. \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

3.

$$3.1. AB = \begin{bmatrix} -10 & 7 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 4 & -4 \\ 3 & 3 & 6 & 6 \\ 4 & -4 & 8 & -8 \end{bmatrix}; CA = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}; BC = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

$$3.2. AB = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 6 & 0 & 12 \\ 0 & 8 & 0 & 16 \end{bmatrix}; AC = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} 17 & -17 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}; CB = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

$$3.3. AB = \begin{bmatrix} 10 & -10 & 10 \\ -30 & 30 & -30 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}; BC = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}; BA = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 10 & 8 \\ 15 & 12 & 15 & 12 \\ 20 & 16 & 20 & 16 \end{bmatrix}.$$

4.

$$4.1. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad 4.2. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad 4.3. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad 4.4. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5.

$$5.1. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}; \quad 5.2. \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}; \quad 5.3. \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 6 & 9 & 0 \\ 1 & 6 & 9 \end{bmatrix};$$

$$5.4. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}; \quad 5.5. \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}; \quad 5.6. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}.$$

## Решения некоторых задач

### 2. Возведение матриц в степень

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### 3.1.

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  
 $[2 \times 4]$                        $[4 \times 2]$                        $[2 \times 2]$ .

$$AB = \begin{bmatrix} -12 & 7 \\ 12 & 7 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 4 & -4 \\ 3 & 3 & 6 & 6 \\ 4 & -4 & 8 & -8 \end{bmatrix}$$

$$CA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

### 3.2.

b)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ 3 & -3 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  
 $[4 \times 2]$                        $[2 \times 4]$                        $[2 \times 2]$ .

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 6 & 0 & 12 \\ 0 & 8 & 0 & 16 \end{bmatrix} \quad BC = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ 3 & -3 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & -17 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$CB = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

### 3.3.

c)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ;  
 $[3 \times 4]$                        $[4 \times 3]$                        $[3 \times 1]$ .

$$AB = \begin{bmatrix} 10 & -10 & 10 \\ -30 & 20 & -30 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}; \quad BC = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 5 & 4 \\ 10 & 8 & 10 & 8 \\ 15 & 12 & 15 & 12 \\ 20 & 16 & 20 & 16 \end{bmatrix}$$

### 5.4—5.6.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \quad B^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}$$

$$C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \quad C^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 81 \end{bmatrix}$$