



Обратная Матрица

ОТВЕТЫ

$$1. \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$7. \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -17 & 8 & 11 \\ 8 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$10. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$13. \begin{bmatrix} 3 & 12 & -2 & -7 \\ 3 & 7 & -2 & -5 \\ -2 & -7 & 1 & 4 \\ -2 & -4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$5. \begin{bmatrix} 0,2 & 0,2 & 0 \\ -0,6 & 2,4 & 2 \\ -0,2 & 0,8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$8. \begin{bmatrix} -3 & 26 & 31 \\ 3 & -25 & -30 \\ 2 & -16 & -19 \end{bmatrix}$$

$$11. \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 0,5 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$14. \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$6. \begin{bmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ -18 & 32 & -13 \end{bmatrix}$$

$$9. \begin{bmatrix} -10 & 3 & 8 \\ -11 & 3 & 9 \\ 14 & -4 & -11 \end{bmatrix}$$

$$12. \begin{bmatrix} 33 & -6 & -26 & 17 \\ 6 & -1 & -5 & 3 \\ -25 & 5 & 20 & -13 \\ -2 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$15. \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 1/2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/n & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

16.

$$16.1. X = \begin{bmatrix} -4 \\ 62 \\ -79 \end{bmatrix}$$

$$16.3. X = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$16.2. X = \begin{bmatrix} -24 \\ -9 \\ 17 \end{bmatrix}$$

$$16.4. X = \begin{bmatrix} 5/3 \\ -4/3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Решения некоторых задач

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} \cdot 3 & (-1)^{1+2} \cdot 2 \\ (-1)^{2+1} \cdot 2 & (-1)^{2+2} \cdot 1 \end{bmatrix}^T = -1 \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 4 = -1 \quad \text{Проверка: } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} \cdot 2 & (-1)^{1+2} \cdot 5 \\ (-1)^{2+1} \cdot 1 & (-1)^{2+2} \cdot 3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 5 = 1 \quad \text{Проверка: } \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cc|cc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \left[\begin{array}{cc|cc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \rightarrow \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -4 & 3 \end{array} \right]$$

$$\text{Проверка: } \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-1} \cdot \begin{bmatrix} (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T = -1 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 0 + 1 - (-4 - 0 - 0) = -1 \quad \text{Проверка: } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$5. \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 4 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-4} \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -5 & 10 & 1 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{+5} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & -5 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{+5} \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & -0.2 & 0.8 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \xrightarrow{+3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & -0.2 & 0.8 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -0.6 & 2.4 & 2 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.6 & 2.4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -0.2 & 0.8 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad & \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & -2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & -7 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2} \\
 & \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-1} \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{+(-1)} \\
 & \begin{bmatrix} 0 & 6 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{+6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -18 & 28 & -13 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 5 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & -7 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{+1} \\
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & -7 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -18 & 28 & -13 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$10. \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 12. \quad & \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -10 & -2 & -5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 4 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & -2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -1 & -5 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -1 & -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & -2 & -5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +(-1) \\ +(-1) \\ +(-1) \end{matrix}} \\
 & \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 5 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 10 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2 \\ +1 \\ -2 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & -6 & 0 & -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +1 \\ -3 \\ +2 \end{matrix}} \\
 & \begin{bmatrix} 1 & -6 & 0 & 0 & -3 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & -1 & -5 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & 0 & 5 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +6 \\ -5 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 33 & -6 & -26 & 17 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & -1 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -25 & 5 & 20 & -13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

16. Решите матричное уравнение $AX = B$, где:

$$16.1. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 5 & 8 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} AX = B \\ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \\ X = A^{-1} \cdot B \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A^{-1} = [3 \times 3] \\ B = [3 \times 1] \\ X = A^{-1} \cdot B = [3 \times 1] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 9 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{matrix} -5 \\ -2 \end{matrix}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 9 & 7 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -37 & -29 & -5 & 1 & 0 \\ 0 & -14 & -11 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{matrix} +7 \\ -3 \end{matrix}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -5 & -4 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 4 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -14 & -11 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{matrix} +14 \\ +5 \end{matrix}} \\
 & \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 4 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 3 & -8 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -11 & 29 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 3 & -8 \end{array} \right] \xrightarrow{-1} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & -11 & 29 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 14 & -37 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

$$\text{Проверка} \quad \begin{bmatrix} 1 & 9 & 7 \\ 5 & 8 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -3 & -11 & 29 \\ 4 & 14 & -37 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -3 & -11 & 29 \\ 4 & 14 & -37 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 62 \\ -79 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} -4 \\ 62 \\ -79 \end{bmatrix}$$