Ответы к демонстрационному варианту
Профильного Единого государственного экзамена 2018
по математике

Вариант М2 (средний уровень)

Задания 1—12

1	2	3
26	5	29

4	5	6
0,37	−2	0,75

7	8	9
−17	7,5	−5,66

10	11	12
23	90	−19

Ответы и указания к заданиям 13—19

В заданиях 13—19 можно применять любые методы и теоремы, если они описаны хотя бы в одном издании из Федерального перечня учебников, рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

13 Ответ:

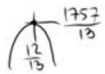
а) $x=\arcsin\frac{5}{13}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$.

б) $x=\arcsin\frac{5}{14}+32\pi$; $x=\arcsin\frac{5}{14}+34\pi$; $x=\arcsin\frac{5}{14}+36\pi$.

5.1. $(5\sin x+12\cos x)(100+48\cos x-13\cos 2x)=1757$;

$100+48\cos x-13\cdot(2\cos^2 x-1)=-26\cos^2 x+48\cos x+113=$

$=-26t^2+48t+113$; $t_0=\frac{-48}{-26\cdot 2}=\frac{12}{13}\Rightarrow$



$-\cancel{26}\cdot\frac{144}{\cancel{169}}+48\cdot\frac{12}{13}+113=\frac{288+13\cdot 113}{13}=\frac{1757}{13}$

$5\sin x+12\cos x=13\cdot\left(\frac{5}{13}\sin x+\frac{12}{13}\cos x\right)=13\cdot\cos(x-\varphi)$

$\varphi=\arcsin\frac{5}{13}$.

$\cancel{13}\cdot\cos(x-\varphi)\cdot\frac{\cancel{1757}}{\cancel{13}}=\cancel{1757}\ 1$

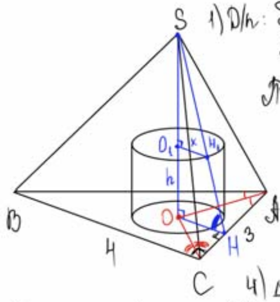
$\cos(x-\varphi)=1\Rightarrow x=\arcsin\frac{5}{13}+2\pi n$.

$\arcsin\sqrt{1-\left(\frac{12}{13}\right)^2}=\arcsin\frac{5}{13}$ — ok.

Ответ: $\boxed{x=\arcsin\frac{5}{13}+2\pi n}$

14 Ответ: 1/3; 2/3.

Боковые грани пирамиды $SABC$ одинаково наклонены к основанию ABC, $AC=3$, $BC=4$, $SC=\sqrt{38}$, $\angle ACB=90°$. Прямой круговой цилиндр вписан в эту пирамиду так, что его нижнее основание лежит в плоскости ABC, а верхнее имеет по одной общей точке с каждой боковой гранью. Найдите радиус основания цилиндра, если площадь его боковой поверхности равна $8\pi/3$.



1) D/п: SO — высота пирамиды, SH ⊥ AC — высота △ASC $\Rightarrow$ △SOH — прямоуг, OH ⊥ AC (т.т.п)

То же самое, если бы SH ⊥ AB или SH ⊥ BC.

Значит, O — центр впис. окр-ти △ABC.

2) OH = r — радиус $\Rightarrow S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AC=\frac{1}{2}p\cdot r$

$4\cdot 3=12r\Rightarrow\boxed{r=1}$

3) △COH: $OH=r=1$, $\angle OCH=45°$ $\Rightarrow OC=\sqrt{2}$;

4) △SOC: $SO\perp CO\Rightarrow SO^2=SC^2-OC^2=38-2=36\Rightarrow\boxed{SO=6}$

5) $\triangle SOH\sim\triangle SO_1H_1\Rightarrow\frac{SO}{SO_1}=\frac{OH}{O_1H_1}\Rightarrow\frac{6}{6-h}=\frac{1}{x}\Rightarrow 6x=6-h\Rightarrow h=6(1-x)$

но $S_{бок}=2\pi xh=\frac{8\pi}{3}\Rightarrow hx=\frac{4}{3}\Rightarrow 6\cdot(1-x)\cdot x=\frac{4}{3}\Big|\cdot\frac{3}{2}\Rightarrow 9(x-x^2)=2$

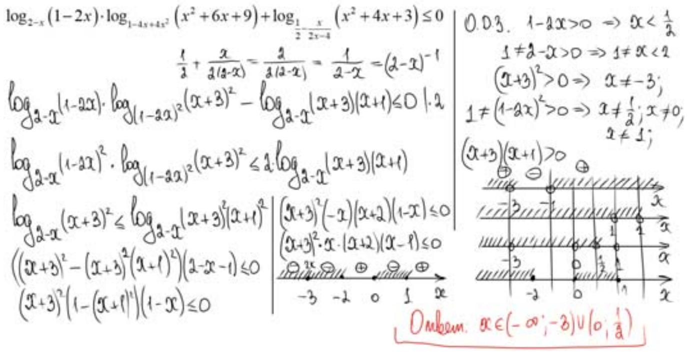
$9x^2-9x+2=0$

$D=81-72=9\Rightarrow x=\frac{9\pm 3}{18}\to\frac{2}{3};\ \frac{1}{3}$;

Ответ: $\boxed{\frac{2}{3}\text{ и }\frac{1}{3}}$

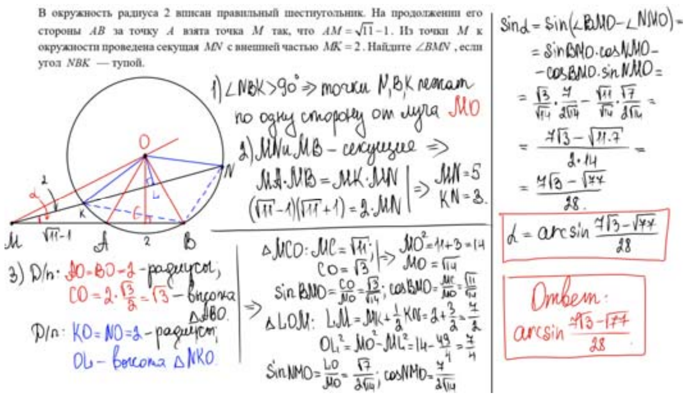
15

Ответ: $\left(-\infty;-3\right)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right)$.



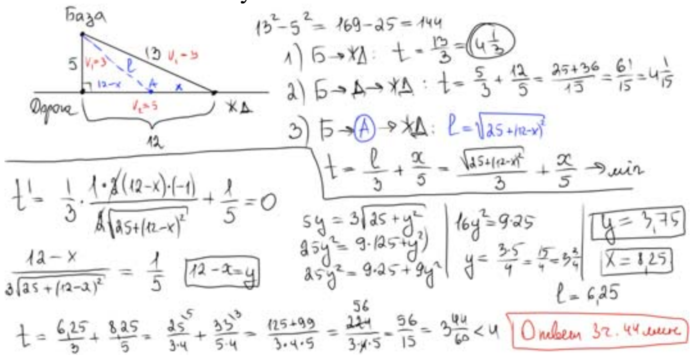
16

Ответ: $\arcsin\frac{7\sqrt{3}-\sqrt{77}}{28}$.



17

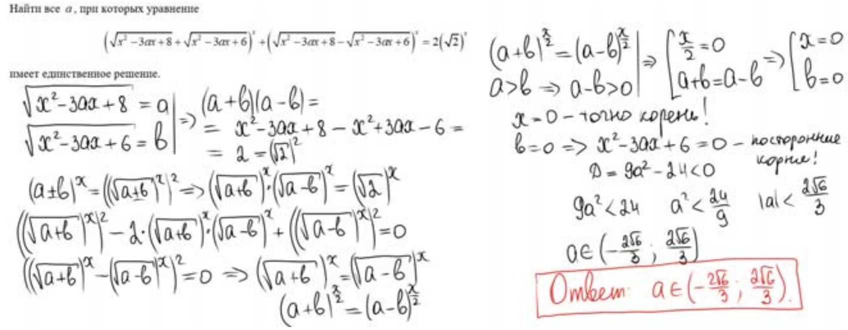
Ответ: 3 часа 44 минуты.



Профильный ЕГЭ-2018 по математике, 11 класс, www.berdov.com
Вариант М2 (средний уровень)

18

Ответ: $-\frac{2\sqrt{6}}{3}<a<\frac{2\sqrt{6}}{3}$.



19

Ответ: а) да; б) нет; в) 25.

Решение.

а) Перельем из последней бочки в первую 31 литр воды, а из третьей во вторую – 4 литра. Тогда в первой и последней будет по 60 литров, во второй и третьей по 36 литров воды. Теперь перельем из последней в третью и из первой во вторую по 12 литров воды. Получим в каждой бочке по 48 литров воды, что и требовалось.

б) Пусть есть семь бочек, в первых шести из которых по одному литру воды, а в последней – 8 литров воды. В каждой бочке должно оказаться в итоге по 2 литра воды. Значит в каждую из первых шести бочек надо как минимум один раз налить воду. Значит, переливаний должно быть не меньше шести.

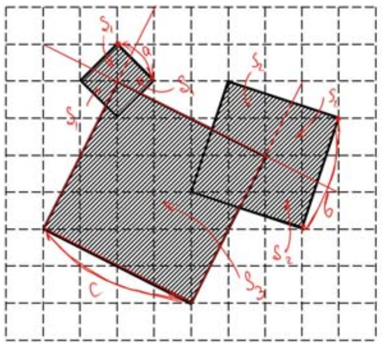
в) Докажем, что меньше чем 25 переливаний может не хватить. Пусть есть 26 бочек, а первых 25 из которых по одному литру воды, а в последней – 27 литров воды. Тогда, как и в пункте «б», надо выливать воду в каждую из первых 25 бочек, следовательно, переливаний должно быть не менее 25.

Докажем, что за 25 переливаний всегда можно уровнять количество воды во всех бочках. Пусть общий объем воды в бочках равняется $26x$ литров воды. Так как этот объем при переливании не меняется, то в каждой бочке в итоге должно оказаться равно x литров воды.

Если во всех бочках ровно x литров воды, то переливаний не требует. Иначе найдется такая бочка, в которой больше чем x литров воды, и такая, в которой меньше чем x литров воды. Будем переливать воду из первой бочки во вторую, пока в одной из них не станет ровно x литров воды. После этого переливания количество бочек, в которых ровно x литров воды, увеличиться. Тогда не более чем через 25 таких переливаний в 25 бочек будет ровно x литров воды. Значит, и в оставшейся бочке тоже будет ровно x литров воды.

© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2018 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.

3.

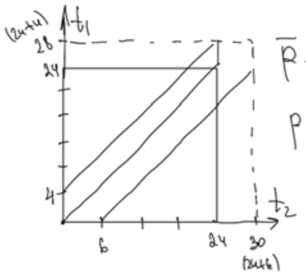


$4S_1 = a^2 = 1^2+1^2 = 2 \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2}$;
$4S_2 = b^2 = 1^2+3^2 = 10 \Rightarrow S_2 = \frac{5}{2}$;
$S_3 = c^2 = 2^2+4^2 = 20$;
$S = 3S_1 + 3S_2 + S_3 =$
$= \frac{3}{2} + \frac{15}{2} + 20 = \boxed{29}$

$\boxed{\text{Ответ: } 29}$

4.

Две баржи должны подойти к одному и тому же причалу для погрузки. Время прихода каждой из барж равновозможно в течение данных суток. Определить вероятность того, что одной из барж придется ожидать освобождения причала, если время, необходимое для погрузки первой баржи — четыре часа, а второй — шесть часов?



$\overline{P} = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot 18^2 + \frac{1}{2}\cdot 20^2}{24^2} = \dfrac{362}{576} = \dfrac{181}{288}$

$P = \dfrac{107}{288}$

Ответ: $\dfrac{107}{288} \approx 0{,}37$.

5.

$3^{2(x+1)^2+1} - 87\cdot 3^{x^2+2x} + 18 = 0$

$a^{x+y} = a^x \cdot a^y \qquad (a^x)^y = a^{xy}$

$a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$

$(x+1)^2 = x^2+2x+1$

$29^2 = (30-1)^2 = 900-60+1 = 841$

$3^{2(x+1)^2+1} = 3^{2(x+1)^2}\cdot 3^1 = 3\cdot\left(3^{(x+1)^2}\right)^2$

$3^{x^2+2x} = 3^{x^2+2x+1-1} = 3^{(x+1)^2-1} = \dfrac{3^{(x+1)^2}}{3}$

$29\cdot 29 = 841$; $18\cdot 12 = 216$

$3\cdot\left(3^{(x+1)^2}\right)^2 - \cancel{87}^{\,29}\cdot\dfrac{3^{(x+1)^2}}{\cancel{3}} + 18 = 0 \qquad 3^{(x+1)^2} = t$

$3t^2 - 29t + 18 = 0 \qquad D = 29^2 - 12\cdot 18 = 841 - 216 = 625$

$\sqrt{D} = 25$

$t = \dfrac{29\pm 25}{6}$; $\frac{54}{6} = 9$; $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

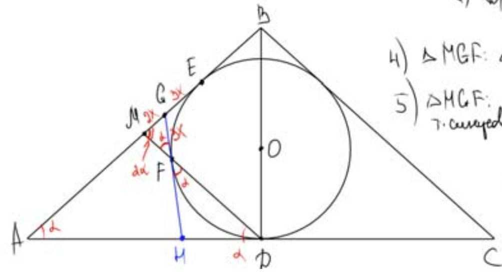
$\frac{2}{3} = 3^{\log_3 \frac{2}{3}}$

$t = 9 \Rightarrow 3^{(x+1)^2} = 3^2 \Rightarrow (x+1)^2 = 2 \qquad x+1 = \pm\sqrt{2} \qquad \boxed{x = -1\pm\sqrt{2}}$

$t = \frac{2}{3} \Rightarrow 3^{(x+1)^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3^{(x+1)^2} = 3^{\log_3 \frac{2}{3}} \qquad (x+1)^2 = \log_3 \frac{2}{3}$

6.

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC, касается его основания AC в точке D и боковой стороны AB в точке E. Продолжение хорды DF окружности пересекает сторону AB в ее середине M. Касательная к окружности, проходящая через точку F, пересекает сторону AB в точке G. Найти $\angle A$, если $MG : EG = 2 : 3$.

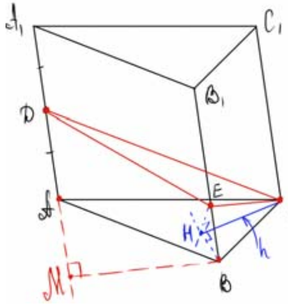


1) $MG = 2x$; $GE = 3x \Rightarrow GF = GE = 3x$ (касат.)
2) $\angle A = \alpha \Rightarrow \angle BMD = 2\alpha$; $\angle ADM = \alpha$;
3) Д/п: $GF \cap AD = H \Rightarrow DH = FH$ (касат.) $\angle HDF = \angle HFD = \alpha$
4) $\triangle MGF$: $\angle MFG = \angle HFD = \alpha$ (вертик); $\angle BMD = 2\alpha$
5) $\triangle MGF$: т. синусов: $\dfrac{3x}{\sin 2\alpha} = \dfrac{2x}{\sin\alpha} \Rightarrow \dfrac{3}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \dfrac{2}{\sin\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\alpha = \arccos\left(\frac{3}{4}\right)}$ Ответ

7.

На боковых ребрах AA_1 и BB_1 треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ объемом V взяты точки D и E соответственно так, что $AD = DA_1$ и $BE : B_1E = 1:2$. Найти объем части призмы, заключенной между плоскостями ABC и DEC.



$V_{ABCA_1B_1C_1} = \frac{1}{2}\cdot S_{ABB_1A_1}\cdot CH = \frac{1}{2}Sh = V \Rightarrow Sh = 2V$

$S = S_{ABB_1A_1} = AA_1\cdot M_1B$ (площадь параллелогр.)

$S_{ABED} = \dfrac{AD+BE}{2}\cdot M_1B = \dfrac{\frac{1}{2}AA_1 + \frac{1}{3}AA_1}{2}\cdot M_1B =$

$= \frac{5}{12}\cdot AA_1 M_1B = \frac{5}{12}\cdot S$;

$V_{CABED} = \frac{1}{3}\cdot S_{ABED}\cdot CH = \frac{1}{3}\cdot\frac{5}{12}S\cdot h = \dfrac{5\cdot 2V}{3\cdot 12} = \dfrac{5V}{18}$;

$V_{CABED} = \dfrac{5V}{18}$;

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{5V}{18}}$

11.

На перевозку разных строительных материалов грузовик по-разному расходует горючее. В первый день половину рабочего времени он возил щебень, а половину — песок; во второй день $\frac{1}{7}$ времени он возил щебень, $\frac{4}{7}$ — песок и $\frac{2}{7}$ — кирпич; в третий день $\frac{1}{4}$ времени он возил щебень, $\frac{3}{8}$ — песок и столько же — кирпич. На сколько процентов израсходует грузовик дневной норматив горючего, возя целый день щебень, если в первый день он израсходовал его на 95%, а во второй и в третий — перерасходовал на $\frac{10}{7}$% и $\frac{5}{4}$% соответственно?

Пусть расход на весь день:
x – щебень
y – песок
z – кирпич

I день: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 0{,}95 \quad |\cdot 2$
II день: $\frac{1}{7}x + \frac{4}{7}y + \frac{2}{7}z = 1\frac{10}{700} \quad |\cdot 7$
III день: $\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}y + \frac{3}{8}z = 1\frac{5}{400} \quad |\cdot 8$

$\boxed{x = ?}$

$\begin{cases} x + y = 1{,}9 \\ x + 4y + 2z = 7{,}1 \quad |\cdot 3 \\ 2x + 3y + 3z = 8{,}1 \quad |\cdot 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1{,}9 - y \\ 3x + 12y + 6z = 21{,}3 \\ 4x + 6y + 6z = 16{,}2 \end{cases}$

$-x + 6y = 5{,}1$
$7y = 7$

$y = 1 \Rightarrow x = 0{,}9$

$\boxed{\text{Ответ: } 90\%}$