



Демонстрационный вариант
Профильного Единого государственного экзамена 2018
по математике

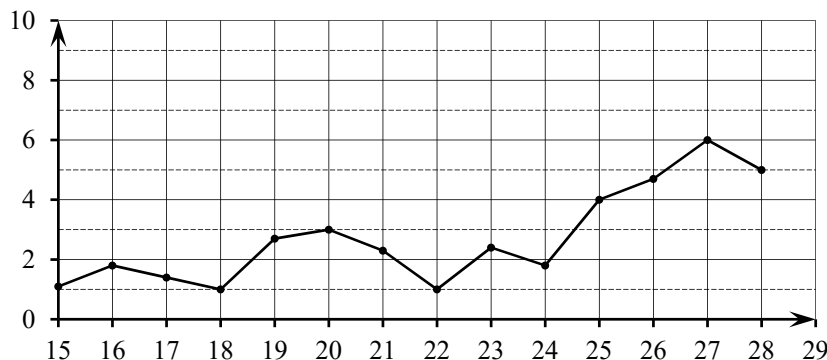
Вариант L1 (лёгкий уровень)

Часть 1

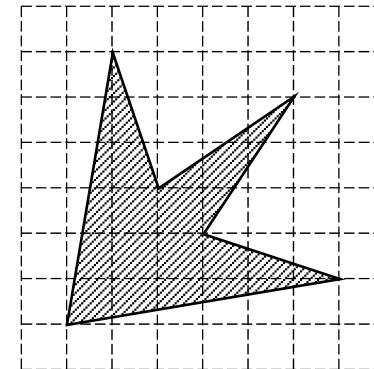
Ответом к заданиям 1—12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно.

1 Грузовой поезд перевозит строительный цемент и арматуру. Известно, что 72 вагона загружены арматурой, что составляет 40% от всех вагонов поезда. Остальные вагоны загружены строительным цементом. Сколько вагонов загружено цементом?

2 На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наибольшая среднесуточная температура в период с 17 по 24 марта. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3 Найдите площадь шестиугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

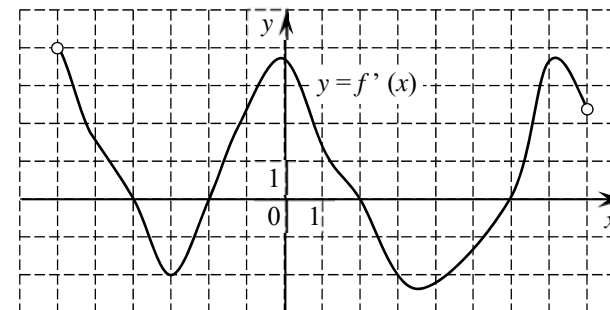


4 На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата 3 см наудачу бросается монета радиуса 1 см. Найдите вероятность того, что монета попадёт целиком внутрь одного квадрата. Ответ округлите до сотых.

5 Решите уравнение $6^x - 2^x = 32$.

6 Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC с основанием AB , равен 4. На прямой AB взята точка D , удаленная от прямых AC и BC на расстоянии 3 и 11 соответственно. Найдите $\cos \angle CBD$.

7 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x - 16$ или совпадает с ней.



8 Правильные треугольники ABC и MBC лежат в перпендикулярных плоскостях, причём $BC = 8$. Точка P — середина CM , а точка T делит отрезок BM так, что $BT : TM = 1 : 3$. Найдите объём пирамиды $MPTA$.

Часть 2

9 Найдите значение выражения:

$$\cos \frac{\pi}{9} - \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{4\pi}{9}$$

10 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна заперт кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону:

$$H(t) = at^2 + bt + H_0$$

где $H_0 = 8$ м — начальный уровень воды, $a = 1/800$ м/с² и $b = -1/5$ м/с — константы, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в секундах.

11 Двое рабочих должны были изготовить по 36 деталей. Первый из них приступил к работе на 4 мин позже второго, но треть задания они выполнили одновременно. Полностью выполнив своё задание, первый рабочий после двухминутного перерыва снова приступил к работе и к моменту выполнения задания вторым рабочим изготовил ещё 2 детали. Сколько деталей в час изготавливал каждый рабочий? В ответе укажите сумму этих чисел.

12 Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 29 \operatorname{tg} x - 58x + 14,5\pi - 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Для решения задач 13—19 используйте отдельные бланки. Запишите сначала номер задачи, а затем — полное обоснованное решение и ответ.

13 а) Решите уравнение. $\cos^2 3x + 0,25 \cos^2 x = \cos 3x \cos^4 x$.

б) Укажите все корни этого уравнения на интервале $(-\pi/2; 2\pi)$.

14 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 5. На ребрах SA , AB и BC взяты точки P , Q и R соответственно так, что $PA = AQ = RC = 2$.

а) Докажите, что плоскость PQR перпендикулярна ребру SD .

б) Найдите расстояние от вершины D до плоскости PQR .

15 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{2 \cdot 81^x + 3^x - 87}{81^x - 3} \geq 2 \\ \log_2^2(x+4) - 5 \log_2(x+4) + 6 \leq 0 \end{cases}$$

16 На диагонали LN параллелограмма $KLMN$ отмечены точки P и Q , причём $LP = PQ = QN$.

а) Докажите, что прямые KP и KQ проходят через середины сторон параллелограмма.

б) Найдите отношение площади параллелограмма $KLMN$ к площади пятиугольника $MRPQS$, где R — точка пересечения KP со стороной LM , S — точка пересечения KQ с MN .

17 Вклад в размере 20 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме того, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наибольшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 17 млн рублей.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - 16x^2 + 64a^2} = x^2 + 4x - 8a$$

имеет ровно 3 различных решения.

19 Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $1/25$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $1/25$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.