Ответы к демонстрационному варианту
Профильного Единого государственного экзамена 2018
по математике

Вариант L1 (лёгкий уровень)

Задания 1—12

1	2	3
108	3	14

4	5	6
0,11	2	0,75

7	8	9
4	24	0,5

10	11	12
4800	38	25

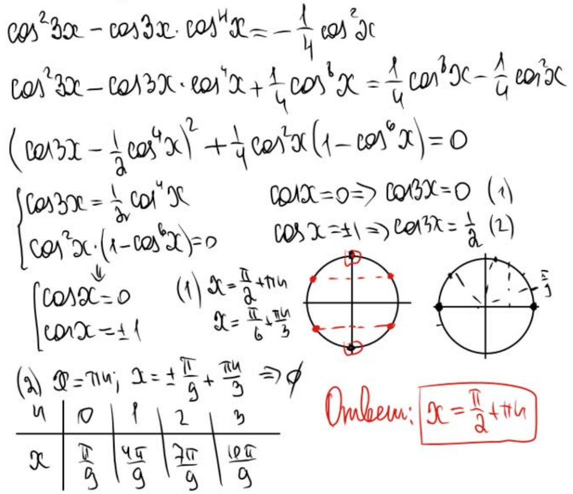
Профильный ЕГЭ-2018 по математике, 11 класс, www.berdov.com
Вариант L1 (лёгкий уровень)

Ответы и указания к заданиям 13—19

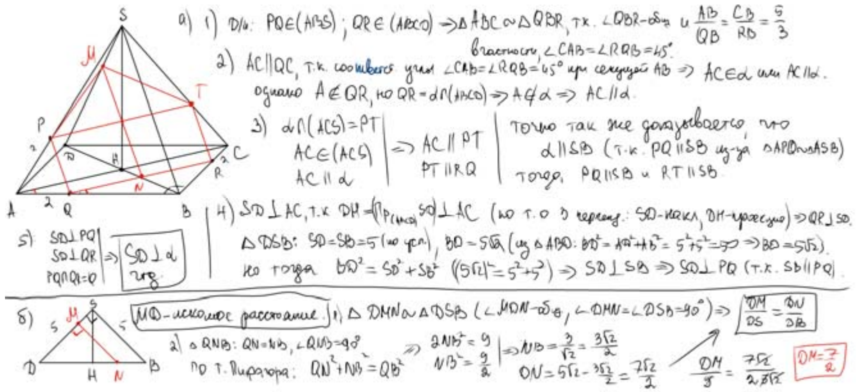
В заданиях 13—19 можно применять любые методы и теоремы, если они описаны хотя бы в одном издании из Федерального перечня учебников, рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

13 Ответ: а) $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. б) $x = \frac{\pi}{2}$; $x = \frac{3\pi}{2}$.

5.2. $\cos^2 3x + \frac{1}{4}\cos^2 x = \cos 3x \cos^4 x$;



14 Ответ: 3,5.



© Павел Бердов — репетитор по математике, www.berdov.com, Москва, 2018 г.
Допускается копирование и использование в некоммерческих целях.

15 Ответ: $[0; 0,25) \cup \{4\}$

Решить систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{2\cdot 81^x + 3^x - 87}{81^x - 3} \geq 2, \\ \log_2^2(x+4) - 5\log_2(x+4) + 6 \leq 0. \end{cases}$$

$3^x = t \Rightarrow 81^x = 3^{4x} = t^4 \quad (t > 0)$

$\dfrac{\cancel{2t^4} + t - 87 - \cancel{2t^4} + 6}{t^4 - 3} \geq 0$

$\dfrac{t - 81}{t^4 - 3} \geq 0$ | $t = 81$; $t^4 \neq 3$; $t \neq \sqrt[4]{3}$

$t \geq 81 \Rightarrow 3^x \geq 3^4 \Rightarrow \boxed{x \geq 4}$

$t < \sqrt[4]{3} \Rightarrow 3^x < 3^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \boxed{x < \frac{1}{4}}$

$(-\infty; \frac{1}{4}) \cup [4; +\infty)$

$\log_2(x+4) = t$

$t^2 - 5t + 6 \leq 0$

$(t-3)(t-2) \leq 0$

$2 \leq t \leq 3$

$2 \leq \log_2(x+4) \leq 3$

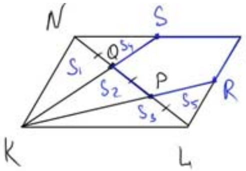
$\log_2 4 \leq \log_2(x+4) \leq \log_2 8$

$4 \leq x + 4 \leq 8$

$0 \leq x \leq 4$

Ответ: $[0; \frac{1}{4}) \cup \{4\}$

16 Ответ: 3 : 1.



а) $\triangle KQL \sim \triangle SQN$ ($\angle KQL = \angle SQN$ – верт., $\angle KLQ = \angle SNQ$, т.к. $KL \parallel NM$)

$\dfrac{NS}{KL} = \dfrac{NQ}{LQ} = \dfrac{x}{2x} = \dfrac{1}{2}$

$NS = \frac{1}{2}KL = \frac{1}{2}NM \Rightarrow NS = SM.$

Аналогично $LR = RM$

б) $S_{KLMN} = S \Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 = \frac{S}{2}$; $S_1 = S_2 = S_3 = \frac{S}{6}$

$S_{\dots} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot S = \frac{S}{4} \Rightarrow S_4 = S_5 = \frac{S}{4} - \frac{S}{6} = \frac{3S - 2S}{12} = \frac{S}{12}.$

$S_{MRPQS} = \frac{S}{2} - 2\cdot\frac{S}{12} = \frac{S}{2} - \frac{S}{6} = \frac{3S - S}{6} = \frac{S}{3}$

Ответ: 3:1

17 Ответ: 24.

Профильный ЕГЭ-2018 по математике, 11 класс, www.berdov.com
Вариант L1 (лёгкий уровень)

18 Ответ: $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0)$

$\cancel{x^4} - 16x^2 + \cancel{64a^2} = \cancel{x^4} + 16x^2 + \cancel{64a^2} + 8x^3 - 16ax^2 - 64ax$

$8x^3 + 32x^2 - 16ax^2 - 64ax = 0$

$8x(x^2 + 4x - 2ax - 8a) = 0$

$x(x(x+4) - 2a(x+4)) = 0$

$x(x+4)(x-2a) = 0$

$\left[\begin{aligned} &x = 0 \\ &x = -4 \\ &x = 2a \ (a \neq 0;\ a \neq -2) \end{aligned}\right.$

О.Д.З.: $x^2 + 4x - 8a \geq 0$

$x = 0 \Rightarrow -8a \geq 0 \Rightarrow \boxed{a \leq 0}$

$x = -4 \Rightarrow -8a \geq 0 \Rightarrow \boxed{a \leq 0}$

$x = 2a \Rightarrow 4a^2 + 8a - 8a \geq 0$

$4a^2 \geq 0 \Rightarrow R$

Ответ: $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0)$

19 Ответ: а) нет; б) да; в) 6/7.

Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 12 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма вычисляется следующим образом: отбрасывается наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое пяти оставшихся оценок.

а) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{25}$?

б) Может ли разность рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания, равняться $\frac{1}{35}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

а) $\dfrac{a+b+c+d+e+f+g}{7} - \dfrac{b+c+d+e+f}{5}$

$= \dfrac{5a - 2b - 2c - 2d - 2e - 2f + 5g}{35} = \dfrac{1}{25}$

$\dfrac{5a - 2b - 2c - 2d - 2e - 2f + 5g}{7} = \dfrac{1}{5}$

$5a - 2b - 2c - 2d - 2e - 2f + 5g = \frac{7}{5}$

б) $5a - 2(b+c+d+e+f) + 5g = 1$

$5(a+g) - 2(b+c+d+e+f) + 1$

$5(1+12) = 2(11+10+\dots) + 1$

в) $5(a+g) - 2(b+c+d+e+f) \to \max$

$5a + 60 - 2(5a + 15) \to$ max по a

$5a + 60 - 10a - 30 \to$ max по a

$30 - 5a \to$ max по a

a – min; $\Rightarrow$ $b = a+1$, $c = a+2$, $d = a+3$, $e = a+4$, $f = a+5$.

$g = 12$

$a = 0 \Rightarrow 5\cdot(0+12) - 2(1+2+3+4+5) = 5\cdot 12 - 2\cdot\frac{6}{2}\cdot 5 = 60 - 30 = 30$

$\frac{30}{35} = \boxed{\frac{6}{7}}$

5. Решите уравнение: $6^x - 2^x = 32$

Напролом это уравнение не решается. Зато можно разделить всё на 2^x :

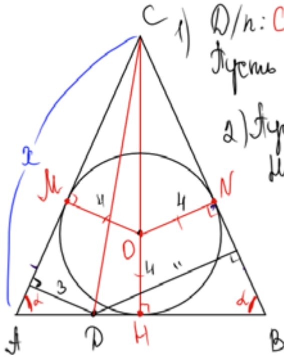
$$3^x - 1 = \frac{32}{2^x}$$

Левая часть уравнения монотонно возрастает, а правая — монотонно убывает. Следовательно, корень только один, причём он явно больше нуля, поскольку в нуле левая часть меньше правой:

$$x = 0 \Rightarrow 0 < 32$$

Перебирая натуральные числа, находим единственный корень: $x = 2$.
Ответ: 2.

6. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник ABC с основанием AB. Равен 4. На прямой AB взята точка D, удаленная от прямых AC и BC на расстоянии 3 и 11 соответственно. Найдите $\cos\angle CBD$.

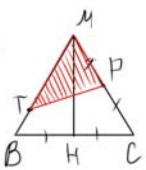


1) Д/п: $CH \perp AB$ ($\Rightarrow AH = BH$); $OM = ON = OH = 4$; CD – отрезок.
Пусть $\angle CBD = \alpha \Rightarrow \angle CAD = \alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = BC\cdot\cos\alpha$

2) Пусть $AC = x \Rightarrow S_{ABC} = S_{ACD} + S_{BCD} = \frac{3x}{2} + \frac{11x}{2} = 7x$
Но $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot p\cdot r = \frac{1}{2}\cdot(x + x + 2x\cos\alpha)\cdot 4 = 4x(\cos\alpha + 1)$
$7x = 4x\cdot(\cos\alpha + 1) \Rightarrow \cos\alpha = \frac{7}{4} - 1 = \boxed{\frac{3}{4}}$

Ответ: $\cos\alpha = 0{,}75$

8. Правильные треугольники ABC и MBC лежат в перпендикулярных плоскостях, $BC = 8$. Точка P — середина CM, а точка T делит отрезок BM так, что $BT : TM = 1 : 3$. Вычислите объём пирамиды $MPTA$.



$S_{MTP} = \frac{1}{2}ab\sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\cdot 6\sqrt{3}\cdot 8\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 24$

Профильный ЕГЭ-2018 по математике, 11 класс, www.berdov.com
Вариант L1 (лёгкий уровень)

11. Двое рабочих должны были изготовить по 36 деталей. Первый из них приступил к работе на 4 мин позже второго, но треть задания они выполнили одновременно. Полностью выполнив свое задание, первый рабочий после двухминутного перерыва снова приступил к работе и к моменту выполнения задания вторым рабочим изготовил еще 2 детали. Сколько деталей в час изготавливал каждый рабочий?

Скорость: I: x; II: y

$\frac{1}{3}$ работы: 12 деталей: $\frac{12}{x} + \frac{4}{60} = \frac{12}{y}$

36+2 детали: $\frac{38}{x} + \frac{6}{60} = \frac{36}{y}$

$\begin{cases} \frac{12}{y} - \frac{12}{x} = \frac{1}{15} \quad |\cdot 3 \\ \frac{36}{y} - \frac{38}{x} = \frac{1}{10} \end{cases}$

$-\begin{cases} \frac{36}{y} - \frac{36}{x} = \frac{1}{5} \\ \frac{36}{y} - \frac{38}{x} = \frac{1}{10} \end{cases}$ $\quad \frac{2}{x} = \frac{1}{10}$, $x = 20$ $\quad \begin{cases} x = 20 \\ \frac{12}{y} = \frac{12}{20} + \frac{1}{15} \end{cases}$ $\quad \frac{12}{y} = \frac{10}{15}$, $y = 18$

Ответ: 20 и 18

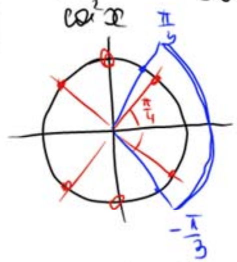
12. Найдите наименьшее значение функции $y = 29\,\mathrm{tg}\,x - 58x + 14{,}5\pi - 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

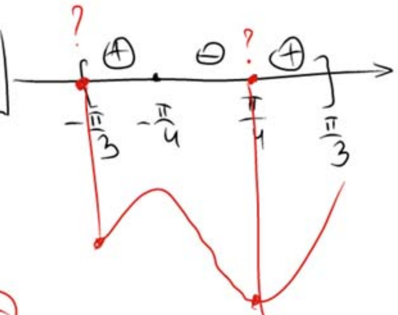
$y' = \frac{29}{\cos^2 x} - 58 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

$\cos x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos x \neq 0$

$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$





$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 29\cdot(-\sqrt{3}) + \frac{58}{3}\pi + \frac{29}{2}\pi - 4$

$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 29\cdot 1 - 14{,}5\pi + 14{,}5\pi - 4 = 25.$

Ответ: $\boxed{25}$