



Метод интервалов

Ответы

1. Строгие неравенства

- 1.1.** $x \in (-\infty; -1) \cup (19; +\infty)$. **1.2.** $x \in (-\infty; -8) \cup (3; +\infty)$. **1.3.** $x \in (-\infty; -5) \cup (9; +\infty)$.
1.4. $x \in (-3; 5)$. **1.5.** $x \in (-6; -1) \cup (7; +\infty)$. **1.6.** $(-\infty; -7) \cup (6; 12)$. **1.7.** $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
1.8. $x \in (1; 9)$. **1.9.** $x \in (-1; 5/3) \cup (7; +\infty)$. **1.10.** $x \in (-25/4; +\infty)$.

2. Нестрогие неравенства

- 2.1.** $x \in (-\infty; -12] \cup [9; +\infty)$. **2.2.** $x \in [-30; 24]$. **2.3.** $x \in (-\infty; -4] \cup [11; +\infty)$.
2.4. $x \in (-\infty; -4] \cup [7; +\infty)$. **2.5.** $x \in [-3; 0] \cup [11; +\infty)$. **2.6.** $x \in [-12; 0] \cup [9; +\infty)$.
2.7. $x \in (-\infty; -19] \cup [0; 3]$. **2.8.** $x \in [-2; 0] \cup [6; +\infty)$.

2.1. «Некрасивые» неравенства

- 2.9.** $x \in (-\infty; -2,5] \cup [0; 1] \cup [4; +\infty)$. **2.10.** $x \in (-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$.
2.11. $x \in (-\infty; -1] \cup [0; 3] \cup [5; +\infty)$. **2.12.** $x \in (-\infty; -5] \cup [-2; 0] \cup [2; 5]$.

2.2. Разложение на множители

- 2.13.** $x \in (-\infty; \sqrt{6}]$. **2.14.** $x \in (-\infty; 3]$. **2.15.** $x \in (-\infty; 0,5] \cup [2; +\infty)$.
2.16. $(-\infty; 1/3] \cup [4/3; +\infty)$.
2.17. $x \in [7; +\infty)$. **2.18.** $x \in \{1\} \cup [3/2; +\infty)$. **2.19.** $x \in [-8; 1] \cup [3; +\infty)$.
2.20. $x \in (-\infty; -6] \cup [-1/2; +\infty)$.

3. Кратность корней

3.1. Источник кратности: дискриминант и степень

- 3.1.** $x \in (-\infty; 4) \cup (4; 7)$. **3.2.** $x \in (3; 4,5) \cup (4,5; +\infty)$. **3.3.** $x \in (0; 3) \cup (3; 8,5)$.
3.4. $x \in (-\infty; -2,5) \cup (0; 2,8) \cup (2,8; +\infty)$. **3.5.** $x \in (-4; 0) \cup (0; 4/3)$. **3.6.** $x \in (-3; 0) \cup (0; 5)$.
3.7. $x \in (-\infty; 2] \cup \{5\}$. **3.8.** $x \in \{1/3\} \cup [5; +\infty)$.

3.2. Различие между степенью разности и разностью степеней

- 3.9.** $x \in [-4; 4] \cup \{5\}$. **3.10.** $x \in (-\infty; -3] \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$. **3.11.** $x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.
3.12. $x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Метод интервалов

Решения и комментарии

1. Строгие неравенства

Решите неравенство методом интервалов:

1.1. $(x+1)(x-19) > 0;$

1.3. $(9-x)(x+5) < 0;$

1.5. $(x+1)(7-x)(x+6) < 0;$

1.7. $(x-1)(x+3)(x^2+11) > 0;$

1.9. $(7+6x-x^2)(3x-5) < 0;$

1.2. $(x-3)(x+8) > 0;$

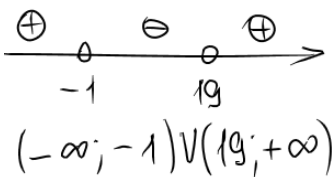
1.4. $(x+3)(x-5) < 0;$

1.6. $(6-x)(x+7)(x-12) > 0;$

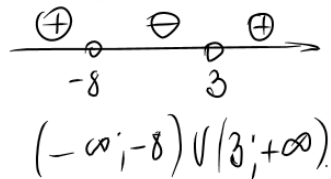
1.8. $(x^2-2x+21)(x-9)(1-x) > 0;$

1.10. $(2x^2+3x+4)(4x+25) > 0.$

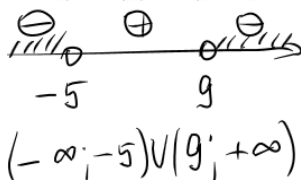
1.1. $(x+1)(x-19) > 0;$



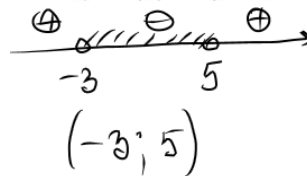
1.2. $(x-3)(x+8) > 0;$



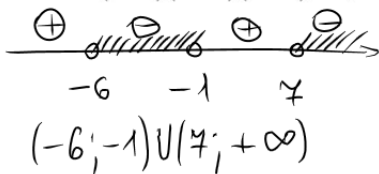
1.3. $(9-x)(x+5) < 0;$



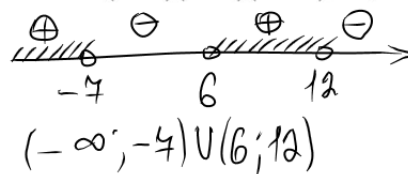
1.4. $(x+3)(x-5) < 0;$



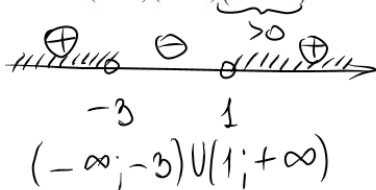
1.5. $(x+1)(7-x)(x+6) < 0;$



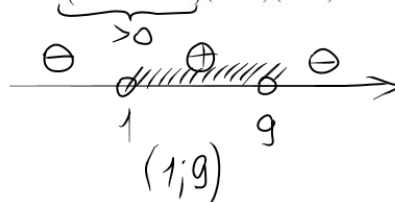
1.6. $(6-x)(x+7)(x-12) > 0;$



1.7. $(x-1)(x+3)(x^2+11) > 0;$



1.8. $(x^2-2x+21)(x-9)(1-x) > 0;$

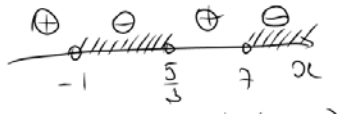


$$(7+6x-x^2)(3x-5) < 0$$

$$4+6x-x^2=0 \quad 3x=5 \quad | :3$$

$$x^2-6x-4=0 \quad x = \frac{5}{3}$$

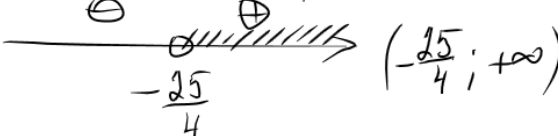
$$D = 36 + 16 = 52$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{52}}{2} \rightarrow \begin{matrix} -1 \\ 7 \end{matrix}$$


Ответ: $(-1; \frac{5}{3}) \cup (7; +\infty)$.

1.10. $(2x^2+3x+4)(4x+25) > 0$.

$$2x^2+3x+4=0 \quad 4x+25=0$$

$$D=9-32 < 0 \Rightarrow \emptyset \quad x = -\frac{25}{4}$$


Ответ: $(-\frac{25}{4}; +\infty)$

2. Нестрогие неравенства

Решите неравенство методом интервалов:

2.1. $(x-9)(x+12) \geq 0$;

2.3. $(7x+28)(x-11) \geq 0$;

2.5. $x(x-11)(x+3) \geq 0$;

2.7. $(7x-21)(x+19)x \leq 0$;

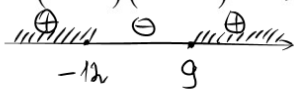
2.2. $(x-24)(x+30) \leq 0$;

2.4. $(7-x)(5x+20) \leq 0$;

2.6. $x(x-9)(x+12) \geq 0$;

2.8. $(12x+24)(6-x)x \leq 0$.

2.1. $(x-9)(x+12) \geq 0$;



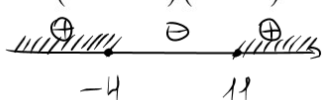
$(-\infty; -12] \cup [9; +\infty)$

2.2. $(x-24)(x+30) \leq 0$;



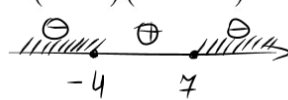
$[-30; 24]$

2.3. $(7x+28)(x-11) \geq 0$;



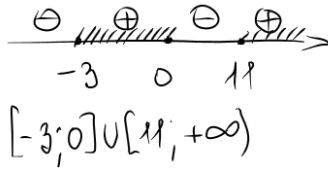
$(-\infty; -4] \cup [11; +\infty)$

2.4. $(7-x)(5x+20) \leq 0$;

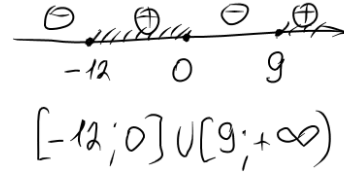


$(-\infty; -4] \cup [7; +\infty)$

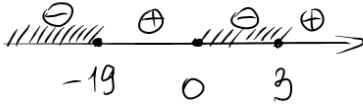
2.5. $x(x-11)(x+3) \geq 0;$



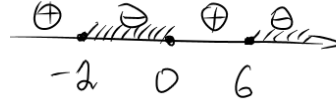
2.6. $x(x-9)(x+12) \geq 0;$



2.7. $(7x-21)(x+19)x \leq 0;$



2.8. $(12x+24)(6-x)x \leq 0.$



2.1. «Некрасивые» неравенства

Решите неравенство методом интервалов:

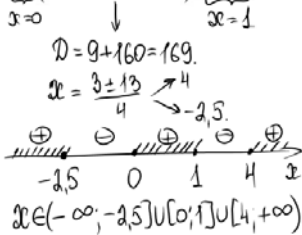
2.9. $x(2x^2 - 3x - 20)(x-1) \geq 0;$

2.10. $x(2x^2 + 3x + 4)(x+3) \geq 0;$

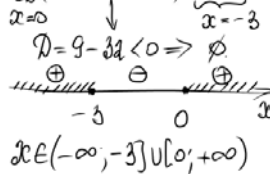
2.11. $(x^4 - 27x)(x^2 - 4x - 5) \geq 0;$

2.12. $(25x - x^3)(4 - x^2) \leq 0.$

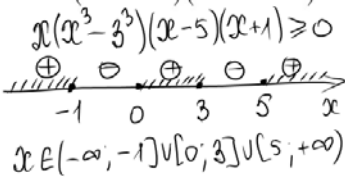
2.9. $x(2x^2 - 3x - 20)(x-1) \geq 0;$



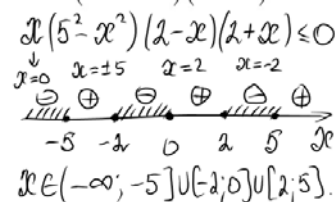
2.10. $x(2x^2 + 3x + 4)(x+3) \geq 0;$



2.11. $(x^4 - 27x)(x^2 - 4x - 5) \geq 0;$



2.12. $(25x - x^3)(4 - x^2) \leq 0.$



2.2. Разложение на множители

Решите неравенство методом интервалов:

2.13. $\sqrt{6}(x+3) - 3x - 6 \geq 0;$

2.14. $(x-3)\sqrt{2} - 3x + 9 \geq 0;$

2.15. $(2x-1)^2 \geq 3(2x-1);$

2.16. $(1-3x)^2 \geq -3(1-3x).$

$$\sqrt{6}(x+3) - 3x - 6 \geq 0;$$

$$x\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3x - 6 \geq 0$$

$$x(\sqrt{6}-3) + 3(\sqrt{6}-2) \geq 0$$

$$x(\sqrt{6}-3) \geq -3(\sqrt{6}-2)$$

$$x \leq \frac{-3(\sqrt{6}-2)}{\sqrt{6}-3}$$

$$x \leq \frac{3(\sqrt{6}-2)(3+\sqrt{6})}{9-6} =$$

$$= 6 + \sqrt{6} - 6 = \sqrt{6}$$

$$x \in (-\infty; \sqrt{6}]$$

$$(x-3)\sqrt{2} - 3x + 9 \geq 0$$

$$(x-3)\sqrt{2} - 3(x-3) \geq 0$$

$$(x-3)(\sqrt{2}-3) \geq 0 \quad | :(\sqrt{2}-3) < 0$$

$$x-3 \leq 0$$

$$x \leq 3$$



$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; 3].$$

$$(2x-1)^2 \geq 3(2x-1);$$

$$(2x-1)(2x-1-3) \geq 0$$

$$(2x-1)(2x-4) \geq 0$$

$$(2x-1)(2x-4) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad x = 2$$



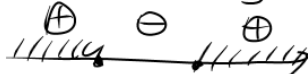
$$(-\infty; 0,5] \cup [2; +\infty).$$

$$(1-3x)^2 \geq -3(1-3x).$$

$$(1-3x)(1-3x+3) \geq 0$$

$$(1-3x)(4-3x) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \quad x = \frac{4}{3}$$



$$(-\infty; \frac{1}{3}] \cup [\frac{4}{3}; +\infty).$$

Решите неравенство методом интервалов:

2.17. $(x-7)(x^2-3x+4) \geq (x-7)(x-1);$

2.18. $(2x-3)(x^2-x) \geq (x-1)(2x-3);$

2.19. $(x^2-4x+3)(x^2-16) \leq (x-3)(x-1)(x^2+2x);$

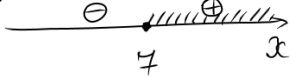
2.20. $(x+6)(x^2+x-1) \leq (x^2+3x)(x+6).$

2.17. $(x-7)(x^2-3x+4) \geq (x-7)(x-1)$;

$$(x-7)(x^2-3x+4-x+1) \geq 0$$

$$(x-7)(x^2-4x+5) \geq 0$$

$$x=7 \quad D = 16-20 < 0 \Rightarrow \emptyset$$



$$(2x-3)(x^2-x) \geq (x-1)(2x-3)$$

$$(2x-3)(x^2-x) - (x-1)(2x-3) \geq 0$$

$$(2x-3)(1 \cdot (x^2-x) - (x-1) \cdot 1) \geq 0$$

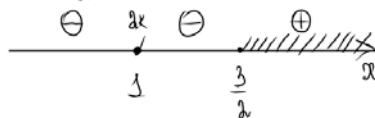
$$(2x-3)(x^2-x-x+1) \geq 0$$

$$(2x-3)(x^2-2x+1) \geq 0$$

$$(2x-3)(x^2-2x+1) = 0$$

$$2x-3=0 \quad x^2-2x+1=0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad x = 1 \quad (2x)$$

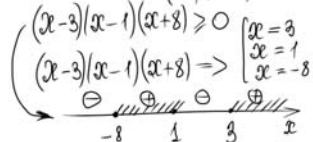


Ответ: $x \in \left\{ 1 \right\} \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty \right)$

2.19. $(x^2-4x+3)(x^2-16) \leq (x-3)(x-1)(x^2+2x)$;

$$(x-3)(x-1)(x^2-16) - (x-3)(x-1)(x^2+2x) \leq 0$$

$$(x-3)(x-1)(x^2-16-x^2-2x) \leq 0 \quad | :(-2)$$



$$(x+6)(x^2+x-1) - (x+6)(x^2+3x) \leq 0$$

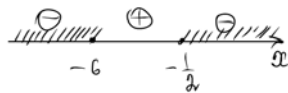
$$(x+6)(1 \cdot (x^2+x-1) - 1 \cdot (x^2+3x)) \leq 0$$

$$(x+6)(x^2+x-1-x^2-3x) \leq 0$$

$$(x+6)(-2x-1) \leq 0$$

$$(x+6)(-2x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x+6=0 & x=-6 \\ -2x-1=0 & x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$



Ответ: $(-\infty; -6] \cup [-\frac{1}{2}; +\infty)$

3. Кратность корней

3.1. Источник кратности: дискриминант и степень

Решите неравенство методом интервалов:

3.1. $(x-4)^2(x-7) < 0$;

3.2. $(x-3)(2x-9)^2 > 0$;

3.3. $x(2x-17)^3(x-3)^6 < 0$;

3.4. $x(2x+5)^3(x-2,8)^4 > 0$;

3.5. $x^2(x+4)(4-3x)^5 > 0$;

3.6. $x^2(5-x)(2x+6)^7 > 0$;

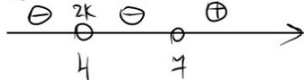
3.7. $(x^2-10x+25)(3x-6)^{13} \leq 0$;

3.8. $(9x^2-6x+1)(x-5)^{11} \geq 0$.

$$3.1. (x-4)^2(x-7) < 0;$$

$$x=4 \text{ (2к)}$$

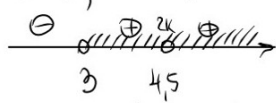
$$x=7$$



$$\text{Ответ: } (-\infty; 4) \cup (4; 7)$$

$$3.2. (x-3)(2x-9)^2 > 0;$$

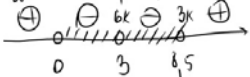
$$x=3; \quad x=4,5 \text{ (2к)}$$



$$(3; 4,5) \cup (4,5; +\infty)$$

$$3.3. x(2x-17)^3(x-3)^6 < 0;$$

$$x=0 \quad x=8,5 \text{ (3к)} \quad x=3 \text{ (6к)}$$



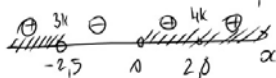
$$(0; 3) \cup (3; 8,5)$$

$$3.4. x(2x+5)^3(x-2,8)^4 > 0;$$

$$x=0 \quad 2x+5=0 \quad (x-2,8)^4=0$$

$$x=-2,5 \text{ (3к)} \quad x=2,8=0$$

$$x=2,8 \text{ (4к)}$$

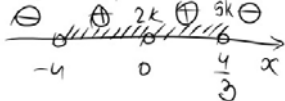


$$(-\infty; -2,5) \cup (0; 2,8) \cup (2,8; +\infty)$$

$$3.5. x^2(x+4)(4-3x)^5 > 0;$$

$$x=0 \text{ (2к)} \quad x=\frac{4}{3} \text{ (5к)}$$

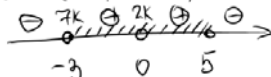
$$x=-4$$



$$(-4; 0) \cup (0; \frac{4}{3})$$

$$3.6. x^2(5-x)(2x+6)^7 > 0;$$

$$x=0 \text{ (2к)}; \quad x=5; \quad x=-3 \text{ (7к)}$$



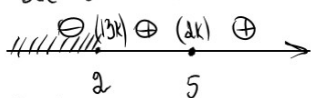
$$x \in (-3; 0) \cup (0; 5)$$

$$3.7. (x^2-10x+25)(3x-6)^{13} \leq 0;$$

$$D = 100 - 4 \cdot 25 = 0 \Rightarrow (2к)$$

$$x = \frac{10}{2} = 5 \text{ (2к)}$$

$$3x-6=0 \Rightarrow x=2 \text{ (13к)}$$

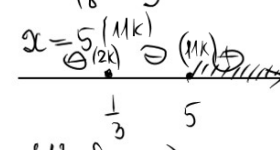


$$\text{Ответ: } (-\infty; 2] \cup \{5\}$$

$$3.8. (9x^2-6x+1)(x-5)^{11} \geq 0.$$

$$D = 36 - 4 \cdot 9 = 0 \Rightarrow (2к).$$

$$x = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \text{ (2к)}$$



$$\left\{ \frac{1}{3} \right\} \cup [5; +\infty)$$

3.2. Различие между степенью разности и разностью степеней

Следует различать множители $(a-x)^n$ и $(a-x^n)$. В первом случае мы получаем кратный корень, во втором — просто 1 или 2 корня первой кратности.

Решите неравенство методом интервалов:

$$3.9. (5-x)^2(16-x^2) \geq 0;$$

$$3.10. (x^2-9)(1-x)^2 \geq 0;$$

$$3.11. (x^4 - 27x)(x+3)^4 \geq 0;$$

$$3.12. (8x - x^4)(x-5)^6 \leq 0.$$

$$3.9. (5-x)^2(16-x^2) \geq 0;$$

$$(5-x)^2 \cdot (16-x^2) = 0$$

$$(5-x)^2 = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ (2k)}$$

$$16-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 4 - 1 \text{ kpar.}$$



$$x \in [-4; 4] \cup \{5\}$$

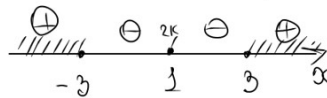
$$3.10. (x^2 - 9)(1-x)^2 \geq 0;$$

$$(x^2 - 9)(1-x)^2 = 0$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 - 1 \text{ kpar.}$$

$$(1-x)^2 = 0 \Rightarrow 1-x = 0 \text{ (2 kpar.)}$$

$$x = 1 \text{ (2 kpar.)}$$

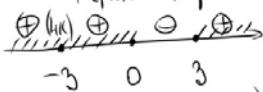


$$\text{Otkem: } x \in (-\infty; -3] \cup \{1\} \cup [3; +\infty)$$

$$3.11. (x^4 - 27x)(x+3)^4 \geq 0;$$

$$x(x^3 - 27)(x+3)^4 = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x=0 & x=3 & x=-3 \\ & 1 \text{ kpar.} & 4 \text{ kpar.} \end{matrix}$$



$$x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$$

$$3.12. (8x - x^4)(x-5)^6 \leq 0.$$

$$x(8-x^3)(x-5)^6 \leq 0$$

$$x = 0$$

$$x = 2 \text{ (1k)}$$

$$x = 5 \text{ (6k)}$$

$$x(8-x^3)(x-5)^6 = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Otkem: } x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$$